

6. 死亡率 I

さて、ここからは死亡率についての話が始まります。まずは金利計算なしの死亡率のみに関する計算から始めます。

前にも書いたように、死亡率計算と金利計算はかなりパラレルな部分（同じような部分）があります。どのあたりが同じか、違っているか、考えながら見てみてください。

[生存数 $\{l_x\}$ 、死亡数 $\{d_x\}$ 、死亡率 $\{q_x\}$]

まず、死亡率を表にした、死亡率表、あるいは生命表というのはどんな形をしているのか見てみましょう。

・生保標準生命表（2007）

（社団法人日本アクチュアリー会（平成 18 年 9 月 27 日金融庁長官に提出）より該当部分抜粋）

・第 20 回生命表（完全生命表）

（厚生労働省（平成 19 年 3 月 1 日発表、平成 19 年 7 月 18 日修正）より該当部分抜粋）

この主要な部分は、次のようになっています。

年齢 (x)	生存数 (l_x)	死亡数 (d_x)	死亡率 (q_x)
40	97,391	144	0.00148
41	97,247	157	0.00161
42	97,090	171	0.00176
⋮	⋮	⋮	⋮

生保標準生命表（2007）死亡保険用 男性 40～42 歳

年齢の x は、多分、変数としての x です。生存数の l は、life あるいは lives の l です。死亡数の d は、death あるいは dead の d です。 q は、なんで q なのかわかりませんが、とにかく q です。

l_x は、 x 歳で生きている人の数を示します。

d_x は、そのうち 1 年の間に死亡する人の数を示します。

$q_x = d_x/l_x$ は、一年間に死亡する率を表します。

$l_{x+1} = l_x - d_x$ は、1 年の間に死亡しないで 1 年後まで生き残る人の数を表します。

各年齢 x に対して $\{l_x\}, \{d_x\}, \{q_x\}$ と三組の数字がありますが、これは必ずしも三つともなければならぬ、というわけではなく、どれか 1 つ（1 組）あれば、残

りの二組は計算で求めることができます。

(1) $\{l_x\}$ がわかっているならば、

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}$$

で $\{d_x\}, \{q_x\}$ がきまります。

(2) $\{d_x\}$ がわかっているならば、

$$l_x = \sum_{y=x}^{\infty} d_y$$

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}$$

で $\{l_x\}, \{q_x\}$ がきまります。

(3) $\{q_x\}$ がわかっているならば、たとえば、 $l_0 = 100,000$ として、

$$\begin{array}{ll} d_0 = l_0 \times q_0 & l_1 = l_0 - d_0 \\ d_1 = l_1 \times q_1 & l_2 = l_1 - d_1 \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & l_x = l_{x-1} - d_{x-1} \\ d_x = l_x \times q_x & l_{x+1} = l_x - d_x \\ \vdots & \vdots \end{array}$$

という具合に $\{l_x\}, \{d_x\}$ がきまります。

ここで $\{ \}$ は、1連の数字のセットというくらいの意味です。

l_x というのは l_0, l_1, l_2, \dots という数字のセットで、それを $\{l_x\}$ と表します。

$\{l_x\}, \{q_x\}$ も同様で、それを全部まとめて $\{l_x, d_x, q_x\}$ なんて具合にも書きます。

上の (3) の所で「 l_0 をたとえば 100,000 とすれば」としましたが、死亡率あるいは生命表で、 q_x は率として、そのものの率が重要ですが、 l_x や d_x は相対的な比率だけが重要になります。

すなわち、 $\{l_x\}$ や $\{d_x\}$ の全体を、一定数倍しても同じ死亡率を表す、と考えます。そのため、 $l_0 = 100,000$ としても $l_0 = 1$ としても (十分な小数点以下の数を

とれば) 同じことになるわけです。

また(2)の所で「 $l_x = \sum_{y=x}^{\infty} d_y$ 」としましたが通常、死亡率を考える場合、人間は200歳や300歳まで生きることはないので適当な年齢で $l_x = 0$ となる。即ち、どこかの年齢より上は生きられない、と考えますので $\sum_{y=x}^{\infty}$ の所、無限の足し算のように見えますが実は有限回の足し算ですから安心して計算することができます。

[最終年齢 (ω (オメガ))]

l_x がまだ0ではないけれど $l_{x+1} = 0$ となるような年齢 x のことを最終年齢といって ω で表します。これは英語の ω に対応するギリシャ語のアルファベットでオメガというものの小文字です。大文字の方は Ω という形で電気抵抗なんかを表す時に使われます。どうしてこの ω を使うかというと、ギリシャ語のアルファベットは、 α (アルファ) , β (ベータ) ではじまって ω (オメガ) で終わるので、おしまいは ω (オメガ) というわけです。

$$l_x \neq 0$$

$$l_{x+1} = 0 = l_x - d_x$$

ですから

$$d_x = l_x$$

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = 1$$

ということになります。

逆に、どこかの年齢で $q_x = 1$ となったら、

$$d_x = l_x$$

$$l_{x+1} = l_x - d_x = 0$$

となるので、その x が ω となります。

もちろん、 ω より上の年齢については、 $l_x = 0$ となるので q_x は、定義できない、あるいは計算できない、ということになります。

さて、それでは実際の死亡率はどのようにして作られるのでしょうか。

7. 死亡率 II へ