11.　保険料の計算 I

　さて、ここまで準備ができると、いよいよ生命保険の保険料の計算です。

　保険料の計算の基本となる考え方は、

　　収支相等の原則

というものです。これは、

　　保険会社の側から見て、収入のキャッシュフローの現在価値と支出のキャッシュフローの現在価値が等しくなるように保険料を決める。

というものです。相等は相当ではありませんので注意して下さい。

　さて、保険会社の側から見た収入のキャッシュフローは何といっても保険料収入です。支出の方は保険金の支払です。

　期間 n 年の定期死亡保険、保険料年払として、保険金額 S の場合の保険料 P はどのようにして計算したらいいのでしょうか。

　収入の方は、保険料は毎年年始に徴収する、と考えるので、n 年間生きている限り毎年一定額のキャッシュフローの現価 $\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$ を使って、

$$P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}}$$

となります。

　支出の方は死亡した年の年末に保険金を払うとすると、
n 年間、その年に死んだら一定額のキャッシュフローの現価 $A^{1}_{x:\overline{n|}}$ を使って、

$$S \cdot A^{1}_{x:\overline{n|}}$$

この収入の現価と支出の現価を等しいと置いて、

$$\begin{aligned} P \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}} &= S \cdot A^{1}_{x:\overline{n|}} \\ \frac{P}{S} &= \frac{A^{1}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} \end{aligned}$$

となります。計算基数を使って表すと、

$$
\begin{aligned}
\ddot{a}_{x:\overline{n|}} &= \frac{(N_x - N_{x+n})}{D_x} \\
A^{1}_{x:\overline{n|}} &= \frac{(M_x - M_{x+n})}{D_x}
\end{aligned}
$$

ですから、

$$
\frac{P}{S} = \frac{(M_x - M_{x+n})/D_x}{(N_x - N_{x+n})/D_x} = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}
$$

となります。

保険金を支払う時期を年末でなくて即時払にすると、上で $A^{1}_{x:\overline{n|}}$ を $\overline{A}^{1}_{x:\overline{n|}}$ で置きかえて、M_x を $\overline{M}_x$ で置きかえればいいことになるので、

$$
\frac{P}{S} = \frac{\overline{A}^{1}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} = \frac{\overline{M}_x - \overline{M}_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}
$$

ということになります。

養老保険というのは、死亡保険に、保険期間が終わるまで死ななかったときに死亡保険金と同額の満期保険金を支払う、という保障を追加した保険ですから、支出の現価は、

$$
S \cdot A^{1}_{x:\overline{n|}} + S \cdot A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}
$$

となります。

$A^{1}_{x:\overline{n|}} + A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}$ は、$_{x}$ と $_{\overline{n|}}$ の上にそれぞれ 1 がついたものの合計ですから、あわせて

$$
A_{x:\overline{n|}} = A^{1}_{x:\overline{n|}} + A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}
$$

という記号が決まっています。

これを使えば

$$
\begin{aligned}
A_{x:\overline{n|}} = A^{1}_{x:\overline{n|}} + A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} &= \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x} \\
&= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}
\end{aligned}
$$

で、養老保険の保険料は、

$$
\frac{P}{S} = \frac{A_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}
$$

となります。

死亡保険金の支払時期が年末払でなく即時払の場合はAとMの上に$^{-}$をつけて、

$$\overline{A}_{x:\overline{n|}} = \overline{A}^{1}_{x:\overline{n|}} + A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}$$

$$\frac{P}{S} = \frac{\overline{A}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} = \frac{\overline{M}_x - \overline{M}_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

となります。

終身保険は期間を定めず、死亡したら死亡保険金を支払う、という保険です。これは定期保険のnを$\omega - x + 1$にまで大きくしたものと考えることもできますし、養老保険のnを$\omega - x + 1$にまで大きくしたものと考えることもできます。

x歳の人が$n = \omega - x + 1$年たってしまうと$\omega + 1$歳になって、その時までに全員死亡してしまう、と考えるからです。

この場合$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$は$n$がこれ以上いくら大きくなっても同じなので$_{\overline{n|}}$を省略して、$\ddot{a}_x$と書くことになっています。

$A^{1}_{x:\overline{n|}}$の方も同様にA_xと書くことになっています。

^{1}がなくなったのは、xと$_{\overline{n|}}$の順番を表していた1が、$_{\overline{n|}}$の方がなくなってしまったので、無条件でxの方が先になるため、それを示す^{1}が不要になったからです。

$A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}$の方は、満期保険金を受け取るケースがなくなるので、

$$\begin{aligned} A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} &= 0 \\ A_{x:\overline{n|}} &= A^{1}_{x:\overline{n|}} = A_x \end{aligned}$$

となるわけです。

計算基数で書くと$n = \omega - x + 1$として

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} = \frac{N_x - N_{\omega+1}}{D_x} = \frac{N_x}{D_x}$$

$$A_x = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} = \frac{M_x - M_{\omega+1} + D_{\omega+1}}{D_x} = \frac{M_x}{D_x}$$

となります。

この終身保険の保険料は

$$\frac{P}{S} = \frac{A_x}{\ddot{a}_x} = \frac{M_x}{N_x}$$

という具合です。

死亡保険金の支払時期を即時払にすると、

$$\overline{A}_x = \frac{\overline{M}_x}{D_x}$$

$$\frac{P}{S} = \frac{\overline{A}_x}{\ddot{a}_x} = \frac{\overline{M}_x}{N_x}$$

となります。

12. 責任準備金 I へ