

18. 金利計算 VII

さて、次は Hardy の公式です。

今まで、あるいは今後も、基本的に金利 i がすでに決まっいて、その上でいろいろな金利計算をします。

ここでは逆にその金利を求めるのが目標です。

生命保険会社では、収入した保険料を資産運用するのが一つの大きな仕事です。それがどれ位うまくいっているか判断するのに資産運用利回りを計算するのが一つの方法です。

その保険会社自体であれば、資産のうちどの額を、どの金利の投資に回して、どれだけの金利を稼いでいるか、詳細なデータが得られます。しかしそれにもとづいて会社全体の資産運用の利回りを計算するのは、大変な作業になります。まして、その会社の外の人間には、そのような詳細な情報は手に入りません。年度決算の貸借対照表・損益計算書にあるデータから利回りを計算する方法が必要です。私も保険会社に入社した直後から、本当に何度となくお世話になった公式です。

年始の資産の額を A 、年末の資産の額を B 、1年間の利息収入を I とした時、資産運用利回りはどのように計算したらよいでしょうか。一番単純なのは

$$i = I/A$$

と計算する方法です。でも、 I の中には年の途中で入ってくる資産からの金利も含まれています。

たとえば、生命保険会社の場合、収入保険料が随時入ってくるし、保険金の支払いや経費の支払いもあり、常時資金が出入りしています。その出入りが利息収入に与える影響も考慮した上で利回りを計算する公式は、

$$i = \frac{2 \times I}{A + B - I}$$

というものです。以下、どうしてそうなるのか、説明します。

この公式の証明はいろいろな方法があるのですが、その一つを紹介します。

上記のように、資産運用収益以外にも様々な収支がありますので、それをまとめて C とします。そうすると、

$$B = A + C + I$$

となります。

次に A については1年分の利息が入ってきて、 C については1年にわたって平均的に収支が発生するとします。そうすると、その収支から生まれる利息は、平均して、 C についての半年分の利息になります。まとめると

$$I = A \times i + C \times \frac{i}{2}$$

この2つから

$$\begin{aligned} C &= B - A - I \\ I &= A \times i + (B - A - I) \times \frac{i}{2} \\ 2 \times I &= 2 \times A \times i + (B - A - I) \times i \\ &= A \times i + B \times i - I \times i \\ &= (A + B - I) \times i \\ i &= 2 \times I / (A + B - I) \end{aligned}$$

となります。

この式は様々な利回りを求めるのによくつかわれますし、死亡率の所でもまた同じように登場します。楽しみにして下さい。

19. 金利計算 VIII へ