ハレーの生命表

エドモンド･ハレーという人はいわゆるハレー彗星で有名な人です。1656 年に生まれ、1742 年に死んでいます。

1682 年、後にハレー彗星と呼ばれる彗星が現れ、肉眼でも見えるようになりました。ハレーはその楕円軌道を計算し、それが 1607 年に現れた彗星と同じものだ、と考えました。興味深いことにハレーはそのことについてニュートンに意見を聞いたところ、ニュートンは軌道は楕円ではなく、二つの彗星は同じものではない、と言ったということです。しかしハレーは自分の考えに自信があったので、同じ彗星が 1759 年にも現われるはずだ、と予言し、もし予言どおりに現れたら（その時にはもう自分は生きてはいないだろうが）その彗星は英国人によって発見されたものだと認めてもらいたい、と言ったということです。

ハレーの死後 17 年たって予言どおりに彗星が現れた時、大騒ぎになり、人々は即座にその彗星をハレー彗星と呼ぶようになった、ということです。そのつもりで調べてみるとその彗星は 1607 年の前にも幾度も現われていたことがわかり、なおさら有名になりました。

その同じ人が、生命保険の方では「現実の死亡統計にもとづく生命表を初めて作った人」ということで有名です。

この人は若い頃、大西洋の孤島セントヘレナ島（後にナポレオンが流されたことで有名な島です）で天体の観察をし、南半球の星を記録し、英国に戻って Royal Society（王立協会：日本の学士院みたいな、有名な学者は皆入っている協会です）のメンバーになり（ここのメンバーになることは、一流の学者だと世間的に認められた、ということになります)、その後この協会の事務局長の仕事もした人です。

その頃同じく Royal　Society のメンバーだったニュートンを訪ね、天体の運動について話をした所、ニュートンが万有引力の法則を発見し、それによってケプラーの惑星の運動法則が成立つことを証明していることがわかりました。そこでハレーはニュートンに、その発見をぜひとも本にして発表するように勧めました。

はじめは Royal　Society が出版の資金を出す予定だったのですが、それ以前に出すことが決まっていた本に費用がかかり過ぎて Royal　Society は資金がなくなってしまったので、ハレー自身がお金を出して出版したのが有名な「プリンキピア」という、万有引力の法則、ニュートン力学の全体を説明した本です。

そのハレーが Royal　Society の事務局長をしている時、ドイツのブレスラウ（今はポーランドの中にはいっているようです）という所の住人の出生と死亡の統計データが Royal Society に送られてきました。

ハレーはそのデータを元に 1693 年に初めて生命表を作り、その生命表の使い途をいくつか例示したのですが、その中で【生命保険の保険料は年齢別の死亡率にもとづいて計算すべき】だと書いてあります。

又同じ生命表を使って終身年金の保険料を(しかも単生の年金だけでなく、二人の連生の年金、三人の連生の年金の保険料も)計算し、当時一般的だった終身年金がとてもお得なものだと解説しています。

以下に抄訳した論文は、ハレー自身がどのように生命表を作ったか、その生命表の使い途に

どのようなものがあるか、その一例として終身年金の保険料を計算するには具体的にどのようにしたら良いか、解説しているものです。

このハレーの生命表についてはいろいろ書かれているものも多いのですが、誤解されている部分も多いので、それについても解説しようと思います。

またこのハレーの生命表があまりにも有名なので、その後、年齢別死亡率を使った生命保険を始めたイギリスのエクイタブル生命が保険料を計算するのにこのハレーの生命表の死亡率を使った、などという間違った話も一般に流布されています。

これについては生命保険文化センターの英和辞典では『(エクイタブル生命の保険料は)ハレーの生命表の理論をもとに計算した』というちょっとあいまいな表現になっているのですが、使っている生命表はエクイタブル生命の創設者の一人、ジェームス・ドドソンが独自に作ったもので、ハレーの生命表の死亡率を使っているわけではありません。しかし、wikipedia はじめ、ハレーの生命表を使った、という記事がネットでいくらでも見つかりますので、これを訂正するのはかなり時間がかかりそうです。

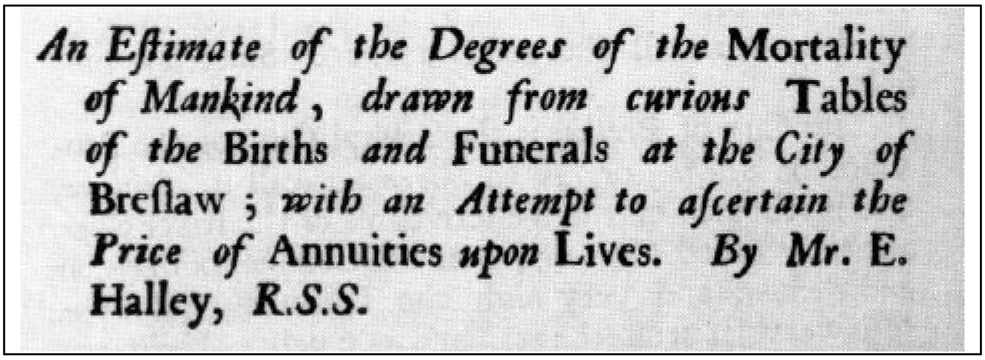
原文は少し古い英語ですが、わかりやすい英語で書いてあるので、直接原文を見るのも面白いかもしれません。ネットで検索すれば簡単に手に入ります。

この英語を読むとき注意するのは、今の英語は名詞の頭文字が大文字になるのは文の最初の単語と固有名のときだけ、と習うのですが、この頃の英文は何でもかんでも頭文字を大文字にしているようです（ドイツ語に似ています)。

もうひとつ、S の小文字が今とちょっと違っています。単語の最後にあるｓは今と同じ形をしているんですが、単語の最初や途中にある小文字のｓは、今の小文字のｆ から横棒を除いた形をしています。

この２つだけ気をつけると、原文も読めます。単語の綴りなど、今とちょっと違っているものもあり、受験英語では○をもらえない英文を楽しむことができます。もし良かったら挑戦してみてください。

以下、口の囲みの中は原文の訳、あるいは原文の表やイメージを切り取ったもので、地の文は私の付けた解説です。



An Estimate of the Degrees of the Mortality *of Mankind, drawn from curious* Tables *of the* Births *and* Funerals *at the City of* Breslaw ; *with an Attempt to ascertain the Price of* Annuities *upon* Lives. *By Mr.* E. Halley, *R.S.S.*

An Estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind, drawn from curious Tables of the Births and Funerals at the City of Breslaw ; with an Attempt to ascertain the Price of Annuities upon Lives.　By Mr. E. Halley, R.S.S.

ブレスラウ市の、出生と死亡に関する興味深い表から導かれた、
人間の死亡度合の推測と、生命年金の価格を決定する試みについて

Mr. E. Halley　R.S.S.

人間の死亡率について考えることは、道徳的な使い方だけでなく、身体的・政治的な使い方もある。

これらについては数年前、Sir William Petty によって彼の書いた「Captain John Graunt の所持するロンドンの死亡の報告書にもとづく自然の、および政治的な考察」の中で、そしてその後同様のダブリンの死亡報告書についての論文で、最も思慮深く検討された。

しかしそれらの死亡報告書からの推論は、それらの報告書の著者にとっても不完全なものだと思われた。

まず最初に人々の数（人口）が欠けている。次に、人々の死亡時の年齢が得られていない。最後にロンドンもダブリンも外部の人間が多く、その都市を訪問してそこで死亡する人も多いため（それは死亡数が出生数を大幅に上回ることに表れているが）、その死亡率を標準とすることができない。

そのようにするためには、可能であれば我々が扱う人々は、移動しないで生まれた場所で死亡し、外部から人が入ってくることもなく、また外部に移住するために出て行くこともないものでなければならない。

この当時すでに生命保険（と言っても多分、１年掛け捨ての定期保険）と年金（これは様々な形の個人年金で、単生だけでなく、連生の年金もあったようです）の制度は始まっており、その保険料をどのように計算したらいいか、という問題意識があったようです。

保険料を計算するためには信頼できる死亡率が必要だ、ということは分かっていたけれど、その死亡率をどうやって用意したらいいか、というのが大きな問題だったようです。

現在では人口にしても出生数・死亡数にしても、国勢調査や人口動態調査など、いくらでもデータがあるんですが、この当時は死亡については墓地の埋葬の記録、あるいは死亡広告、出生については教会の洗礼の記録くらいしか元データがなく、なにより分母となる人口の統計がないため死亡数だけでは死亡率が計算できない、ということのようです。

そこで考えたのが、定常人口を実現している（すなわち出生率や死亡率が安定していて、１年間の死亡数と出生数が同じで、１年前と１年後で人口は変わらず、年齢別の人口構成も変わらない、という社会のことです。）場所があったら、その各年齢別の死亡数がわかれば人口も計算でき、死亡率が計算できる、ということになります。

このような欠点は、最近得られたブレスラウ市の興味深い死亡報告書でかなりの程度まで満足されている。

この報告書は最近本会（Royal Society）に Mr. Justell によってもたらされたものだが、そこでは死亡者は月ごとに性別と年齢付で報告されている。そしてそれは直近の 1687・88・89・90・91 年の５年間について、出生数と良く合っている。

このブレスラウというのは、シレジア地方の首都であり、オーデル川の西岸にある。昔はヴィアドルスと呼ばれ、ドイツとポーランドの国境の近くにあり、緯度はロンドンとほぼ同じだ。理想的なほど海から遠く離れた陸地の真ん中の土地なので、外部からの人の合流は非常に小さく、亜麻布工業者は主にその土地の周辺の貧しい人達を使っていた。

そのためその土地の「唯一の」と言ってまずければ「主な」工業製品は、シレジア亜麻布（シレジア織）と呼ばれている。

このような理由で、この土地の人口こそ標準とするのに理想的に見える。そしてさらに出生数は死亡数を少しだけ上回る。

必要なのは、ただ全体の人口だけだ。そしてそれについては、私は全年齢の死亡数をもとにその表から得られる限り正確にトレースすることにより、何とかして用意することができた。

ロンドンやダブリンなど、海に面している都市は海外からの移住者、海外への移住者も多く、人口が安定しませんが、ヨーロッパ大陸の真ん中ならそのような外から来る人、外へ出て行く人があまり多くなく、定常人口に近い状態が実現されているかもしれない、ということです。

地中海のことを mediterranean sea と言いますが、これをまねてブレスラウのことを mediterranean place と言っています。これを上では『海から遠く離れた陸地の真ん中の土地』と訳してみました。

前述の５年間に、すなわち 1687 年から 1691 年まで（両方の端を含む）の出生数は、6,193 人、死亡数は 5,869 人であった。すなわち平均して１年あたり 1,238 人の出生、1,174 人の死亡だ。これから１年あたりの人口の増加は 64 人、あるいは（出生数の）1/20 ということになるが、これは皇帝の戦争のための徴兵とバランスしているのだろう。

しかし徴兵は不確定で出生の方は確実なことなので、私はブレスラウの人口は出生により毎年 1,238 人増えると仮定する。そしてそこから 348 人が最初の年に死亡する。その結果 890 人が満 1 歳になる。同時に平均して 198 人が満１歳と満６歳の間の５年間に死亡するので、満６歳に達するのは 692 人となる。

この年齢以降は子供はある程度安定した年齢になり、死亡率は毎年少なくなる。そして、毎年の年齢別の死亡数は、次の表のようになるようだ。

定常人口を阻害する要因が、徴兵（のために戦地で死亡するケース）だ、と考え、これが死亡の数に入っていないために出生数より死亡数の方が小さくなっているんであって、これを死亡にカウントすれば定常人口が実現されている、と考えよう、ということです。

まずは、幼児死亡率が非常に高いので満６歳までの死亡とその後の死亡を分けて考えよう、と言います。少し前の部分に死亡数のデータは男女別になっている、という記載がありますが、この性別の情報はここでもこれ以降でも使っていません。男女別に計算するのはうまくいかなかったのか、男女別に計算する必要を感じなかったのか、判りませんが、まずは男女合計の死亡率をとにかく作るのが最優先、ということでしょうか。

満６歳までの死亡については本文中に記述があり、７歳以降の死亡についてはこの下の表となっています。

7 . 8 9. . 14 . 18 . 21 . 27 . 28. . 35 .
11.11.6. 5$\frac{1}{2}$ .2. 3$\frac{1}{2}$ 5 6 4$\frac{1}{2}$ 6$\frac{1}{2}$ 9 . 8. 7 .7 .

36. 42. 45 49 54 . 55 . 56 . 63
8 . 9$\frac{1}{2}$ 8 . 9 . 7 . 7 . 10 11 . 9 . 9 . 10. 12

70 71 . 72 77 81 84. 90 91.
9$\frac{1}{2}$ 14 9 . 11 9$\frac{1}{2}$ 6 .7 .3 .4 .2 .1. 1. 1.

98 . 99 . 100.
0 . $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$

ここで表の上段は年齢を示し、下段は年間の死亡数を示す。

ここで上段に数字がない所は、その前後の数字の間の年齢を示すものとする。

この表から明らかなように、９歳から 25 歳くらいまでは各歳で６人を超える死亡は起こらない。これはその年齢の生存数の１％にほぼ等しい。14・15・16・17 歳の所では、死亡数はさらに小さく、２とか３・1/2 とかになっているが、これは他の年齢の所でもみられるような不規則性と同じくたまたまのことで、（観察する）年数が５年でなく、たとえば 20 年のように大きくなればなくなってしまうものと思われる。

そして我々自身のクライストチャーチ病院における経験から、前述の年齢の若者は年にほぼ１％位の死亡率になると教えられている。

25 歳から 50 歳では、年間死亡数は年に７・８・９人くらいになる。その後 70 歳までは死亡数は変動が大きくなる。死亡数は小さくなっても、死亡率は大きくなる。そして各歳で年に 10 から 11 人、死亡する。これ以上の年齢では生存者数は非常に小さくなるので、死亡数も次第に小さくなり、死亡する人がついにはいなくなる。それは表を見ればわかる。

この表をどのように作ったのかは書いてありません。今だったら当然行う補整（スムージング）はしていないようです。５年分のデータを年齢別に平均しているのかもしれません。

今だったら当然ちゃんとした各歳別のきちんとした表にするところですが、上のようにところどころ省略しているのも面白いです。ただ、困ったことに、上の表では 49 歳と 54 歳の間と 91 歳と 98 歳の間が欠けてしまっています。印刷の過程で植字工が抜かしてしまったんでしょうか。

このような考察から、私は次の表を作成した。この表の使い途はいろいろあり、人間の状況に関する私の知っている以上のアイデアを与えてくれるものだ。

この表はブレスラウの各年齢の人口を、誕生の年から最も老齢まで示している。そしてそのため各年齢の死亡率を示し、またこれまでは単なる思い付きによる評価でしかなかった、生命年金の価値をどのように確実に計算したら良いかを示すことになる。

さらにある年齢の人が、もうひとつの年齢まで生き残る確率も示すことになる。それ以外にも、これから示すような様々なことを示す。

この表はその右欄の各年齢（Age current）ごとの生きている人の数を示している。

Age. Curt.	Perfons.	Age. Curt.	Perfons	Age. Curt.	Perfons	Age. Curt.	Perfons	Age. Curt.	Perfons	Age. Curt.	Perfons
1	1000	8	680	15	628	22	585	29	539	36	481
2	855	9	670	16	622	23	579	30	531	37	472
3	798	10	661	17	616	24	573	31	523	38	463
4	760	11	653	18	610	25	567	32	515	39	454
5	732	12	646	19	604	26	560	33	507	40	445
6	710	13	640	20	598	27	553	34	499	41	436
7	692	14	634	21	592	28	546	35	490	42	427
Age Curt	Perfons.	Age. Curt.	Perfons	Age. Curt.	Perfons	Age Curt.	Perfons	Age. Curt.	Perfons	Age. Curt.	Perfons
43	417	50	346	57	272	64	202	71	131	78	58
44	407	51	335	58	262	65	192	72	120	79	49
45	397	52	324	59	252	66	182	73	109	80	41
46	387	53	313	60	242	67	172	74	98	81	34
47	377	54	302	61	232	68	162	75	88	82	28
48	367	55	292	62	222	69	152	76	78	83	23
49	357	56	282	63	212	70	142	77	68	84	20

Age.	Perfons.
7	5547
14	4584
21	4270
28	3964
35	3604
42	3178
49	2709
56	2194
63	1694
70	1204
77	692
84	253
100	107
	34000
	Sum Total.

表の左の部分

年齢	人数	年齢	人数	年齢	人数	年齢	人数	年齢	人数	年齢	人数
1	1000	8	680	15	628	22	586	29	539	36	481
2	855	9	670	16	622	23	579	30	531	37	472
3	798	10	661	17	616	24	573	31	523	38	463
4	760	11	653	18	610	25	567	32	515	39	454
5	732	12	646	19	604	26	560	33	507	40	445
6	710	13	640	20	598	27	553	34	499	41	436
7	692	14	634	21	592	28	546	35	490	42	427
小計	5,547		4,584		4,270		3,964		3,604		3,178

年齢	人数	年齢	人数	年齢	人数	年齢	人数	年齢	人数	年齢	人数
43	417	50	346	57	272	64	202	71	131	78	58
44	407	51	335	58	262	65	192	72	120	79	49
45	397	52	324	59	252	66	182	73	109	80	41
46	387	53	313	60	242	67	172	74	98	81	34
47	377	54	302	61	232	68	162	75	88	82	28
48	367	55	292	62	222	69	152	76	78	83	23
49	357	56	282	63	212	70	142	77	68	84	20
小計	2,709		2,194		1,694		1,204		692		253

小計の部分を追加しています。

表の右の部分

年齢		人数
1 -	7	5,547
8 -	14	4,584
15 -	21	4,270
22 -	28	3,964
29 -	35	3,604
36 -	42	3,178
43 -	49	2,709
50 -	56	2,194
57 -	63	1,694
64 -	70	1,204
71 -	77	692
78 -	84	253
85 -	100	107
合計		34,000

これがハレーの生命表です。

生命表と言っても、年齢別に人数だけしかありません。この人数がある意味生存数を示すのですが、この生存数さえあれば死亡数は生存数の引き算で計算できるし、死亡数を生存数で割れば死亡率が計算できる、というわけで、これだけでも立派な生命表です。生存数でなく、死亡数だけでも生命表になりますし、死亡率だけでも生命表になります。年齢別の生存数、死亡数、死亡率のどれか一つがわかれば後の二つはその一つから計算できる、ということになります。

で、これが世界で初めて計算された生命表、ということになるわけですが、これについていくつもの誤解があるようです。その話をする前に、現在普通に使われている生命表について考えてみましょう。

普通、生命表は 0 歳から始まって、各歳の生存数、死亡数、死亡率（ついでに生存率や平均余命などが付いていることもあります）が並んでいます。0 歳の生存数は、きりよく 100,000 だったり、10,000 だったり 1,000 だったりします。そしてその意味は、たとえば 100,000 人の子供が生まれたとして、１年たったらそれが何人になり、また１年たって満２歳になるのが何人で、という数を表しています。

ところがこのハレーの生命表はそれとはちょっと違います。この違いをきちんと理解しないで、普通の生命表だと思って使おうとするために、とんでもない間違いがいろいろ起きているようです。

上で普通の生命表、と言いましたが、とにかくハレーがこの生命表を作った時は他に生命表がまだない時ですから、それこそ普通の生命表の形に合わせる、ということもできないわけです。

で、ハレーの生命表は、年齢別の死亡率を計算する、というよりむしろ年齢別の人口構成を明らかにする、という方に主眼が置かれていたようです。その為、ここで人数として表になっているのは、その年齢別の人口を示していて、普通の生命表の何歳時点での生存数ではありません。また、年齢の部分についても、英文では『age current』となっていて、この『current』の意味は辞書等では確認できていないのですが、この論文を見る限り、たとえば『１』のところは『１歳未満』あるいは『１歳以下』あるいは『１年目』ということのようで、『２』のところは『１歳以上２歳未満』あるいは『１歳超２歳以下』あるいは『２年目』ということのようです。

そのため、『8』のところから『14』のところまでの合計の人数が 4,584 となっているのは、『7 歳以上 14 歳未満』あるいは『7 歳超 14 歳以下』ということになります。この 7 歳ごとの小計（最後は 100 歳までの合計になっていますが）を合計すると 34,000 人となり、それが総人口だ、と言っている意味です。

この表で見るように、この頃ではすでにアラビア数字の使用はごく普通になっているようですから、数字を表示するのに０を使用するというのは何の抵抗もなさそうです。しかし序数（数を数えるときに使う数）として １，２，３・・・と数えるのでなく０，１，２・・・と数えるのがどこまで普通になっていたかわかりません。現在では年齢は０歳から数えるのにあまり抵抗はないのですが、当時はどうだったんでしょう。

１，２，３・・・というのは数を数えることが始まって以来の大昔からのことですが、０，１，２・・・というのはかなり新しいことのような気がします。

たとえば余談ですが、年の数え方で言うと今は西暦 2014 年ですが、その１年、すなわち紀元１年の前の年は紀元０年ではなく紀元前１年です。その前は紀元前２年です。紀元０年は存在しません。天文学の方ではそれじゃやりにくいので、天文学では紀元１年の前は紀元０年、その前は紀元前１年というように数えています。すなわち一般の歴史の数え方と天文学の数え方とでは紀元前の分が１年ずれるわけです。とは言え、もうすでに歴史の方の紀元前の年数の数え方で多くのことが書かれてしまっているので、今さら１年ずらすというわけにいかず、そのままになっています。

と言っても、紀元前何千年とか何億年という話になると１年の違いはどうでも良いこといなりますので、あまり気にする必要もないんですが。

で、この当時年齢を数えるのに０歳から始めるのがしっくりこなかったとすると、年齢の所、１から始めるのは良くわかります。とはいえその１の所、普通にいう１歳とはちょっと違うので、Age と言わず Age current という言葉を使ったのかなと思います。

日本の数え年も実は１歳から始まります。生まれた途端に１歳。その後はお正月のたびに１歳年をとりますので誕生日ごとに年をとる方式とは違うのですが、これも０歳というのがしっくりこなかった名残と言えるかも知れません。

というわけで、年齢１の所は出生から１年目の人口、すなわち満１歳未満の人口を示しています。同時に年齢 10 の所は出生してから 10 年目、すなわち満９歳以上満 10 歳未満の人口を示しているようです。

日本アクチュアリー会の生命保険数学の指定教科書になっている二見隆さんの「生命保険数学」の記号を使うと、年齢 x の所の人数は L_{x-1} を表しているということです。

通常は生命表というのは l_x、d_x、q_x を表すことになっていますから、ハレーの生存数だけの表を見ると、それを l_x を表すものと思ってしまいがちで、そのように誤解している人も多いようですが、それは間違いで、L_{x-1} の表だと理解するのが正しいようです。

論文の書きぶりからすると、ハレーはまず l_x の表を作り、その上で L_{x-1} を作ってそれを表にしたようにも思えます。

とにかく世界で初めての年齢別生命表ですから、l_x の表とするとか L_{x-1} の表とするとかのルールも、一般的習慣もない所での話です。生命表の使い途を考えて、ハレーは L_{x-1} の方が便利だと思ったんでしょうね。

年齢の小さいところで、l_x と L_{x-1} を並べてみます。

本文と表から得られる数字を並べると、

x	l_x	L_x	l_{x+1}
0	1,238	1,000	890
1	890	855	
2		798	
3		760	
4		732	
5		710	
6	692	692	

となります。とりあえず6歳の所の l_x は除いておいて、$l_0 - L_0$、$L_0 - l_1$ を計算し、1歳以上の所では $l_x - L_x$ を計算し、$L_x - l_{x+1} = l_x - L_x$ あるいは $l_{x+1} = L_x - (l_x - L_x)$ （すなわち $L_x = (l_x + l_{x+1})/2$ ）とおいて、順次 l_{x+1} を計算して上の表を埋めると

x	l_x	$l_x - L_x$	L_x	$L_x - l_{x+1}$	l_{x+1}
0	1,238	238	1,000	110	890
1	890	35	855	35	820
2	820	22	798	22	776
3	776	16	760	16	744
4	744	12	732	12	720
5	720	10	710	10	700
6	700	8	692		

となります。

本文では 692 というのは、はじめは l_6 だったはずなのがいつのまにか L_6 になってしまっていますが、その違いは 0.5%程度のものですから、良しとしたんじゃないかなと思います。

ここから上の年齢については、本文にある死亡数を参考に、ある程度なだらかに $\Delta L_x = L_x - L_{x+1}$ を決めて、それから $L_{x+1} = L_x - \Delta L_x = L_x - (L_x - L_{x+1})$ として各年齢の生存数 L_x を決めたもののようです。

即ち、前の死亡数のデータは補正（平滑化）はしていませんでしたが、出来上がりの生命表の死亡数は補正（平滑化）がしてあります。

ここのところ、l_x と L_x に関してかなり誤解があるようで、年齢1のところが、きりよく 1,000 になっているので、これは年齢のところが1違うのであって、l_{x-1} の表だ、と解釈したり、また出生数 1,238 が l_0 で、あとは表の数が l_x を表すものとして無理やり l_x の表を作ってしまったりする論文も見かけます。

このようにブレスラウの人口は 34,000 人で、表の全年齢の合計だ。

この表の最初の使用方法は、武器を持つことのできる男子の割合を示すことだ。そのためには 16 歳から 60 歳までというよりむしろ 18 歳から 56 歳の人口を採るのが良いだろう。

16 歳ではまだ弱く、戦争の疲労や武器の重さに耐えることができないだろうし、60 歳では例外もあるだろうが、壊れそうで信用できない。

この表では 18 歳未満はこの都市では 11,997 人で、56 歳超は 3,950 人になるので、合計すると 15,947 人。これを全体の 34,000 人から差引くと 18,053 人が 18 歳から 56 歳までの人口になる。少なくともその半分すなわち 9,027 人は男子だから、徴兵できるのは約 9,000 人。あるいは全人口の 9/34、あるいは 1/4 強ということになるが、この比率は多分他の場所でも同様だろう。

上で 18 歳未満と言っているのは表で年齢１～１７の所の人数の合計です。すなわち今の言い方では１７歳未満ということになります。56 歳超というのも表で５７歳から上の人数の合計で、今の言い方では５６歳以上ということになります。昔の 55 歳定年、なんてことを考えると、今の年齢計算で満１７歳～満５５歳、というのはいい線ですね。

ハレーの生命表は男女合計になっているので、徴兵可能な人数はその年齢の人口の半分強としているようです。多分この頃でも出生時は男性の方が多かったのでしょうし、女性は出産時の死亡率が高いので、徴兵可能な１８歳から 56 歳（今の言い方で１７歳以上 55 歳まで）の人口の男女比は男性の方が多いと考えているんでしょうね。

生命表の使い方のまず最初に、徴兵可能な人口の全人口に対する割合を計算するというのは面白いですね。

この表の２番目の使い方は、各年齢別の死亡率、あるいは生存率の違いを示すことだ。もしある年齢の人口のうちの１年後に生存している人口を、最初の年齢の人口と１年後の人口の差で割れば、それはその年齢の人がその後１年間に死亡しないオッズを示すことになる。たとえば 25 歳の人のオッズは 560 対7、あるいは 80 対１になる。これが１年以内に死なないオッズ、ということになる。

なぜなら 25 歳の人口 567 人のうち死亡するのは７人で、560 人が 26 歳まで生き残るからだ。

同様にして、ある年齢の人がある年齢になるまで死なないオッズも計算できる。その年齢で生き残っている人の数を採り、それを、それと最初の年齢の人の数との差で割れば、それが最初の年齢の人が生き残るか死亡するかのオッズを示すことになる。

たとえば 40 歳の人がその後７年間生きているオッズはいくらか。47 歳の人口は表から 377 人となっている。それを、40 歳の人口 445 人から差引くとその差は 68 人。だから 40 歳の人が７年間生き残るオッズは 377 対 68、あるいは５・1/2 対１ということになる。他の年数についても同様である。

オッズという言葉が出てきました。これは日本では競馬なんかで使われる言葉ですが、イギリスではもっと広く、様々な賭けで使われています。本文で使われているのは、確率の計算をする所ですが、確率をオッズで表現するというのは面白いですね。

でも確率論というのはもともと賭け事の研究から始まったということを考えてみれば、確率がオッズで表されるというのも、それほど不自然ではないのかも知れません。

オッズが A 対 B というのは、A の方に賭ける人は A 払って勝ったら A＋B 受取る。B の方に賭ける人は、B 払って勝ったら A+B 受取るという賭けのことです。今回の言い方で書き直すと、A が勝つ確率 A／（A+B)、B が勝つ確率 B／（A+B）ということになります。確率で書き直すと、A が勝つ確率をｐとすると、オッズはｐ対（１－ｐ）ということになります。

この論文でハレーは確率について一貫してオッズで表記しています。こうなるとその当時オッズで表記していたものがいつ頃確率で表記するようになったんだろう、とか、パスカルやフェルマ、ラプラスなど大陸諸国で確率を研究していた人達はオッズで考えていたんだろうか、確率で考えていたんだろうか等、興味は尽きません。

３番目の使用法。たとえばある年齢の人が生き残っているか死亡しているかが何年後にイーブンになるかという問題は、表を見ればすぐわかる。すなわちその年齢の人の数を半分にして表を見れば、死亡率により人口が半分になる年齢がわかる。その年齢が、ある年齢の人が死亡する前にその年齢に達するという賭けがイーブンになる年齢だということになる。たとえば 30 歳の人の場合であれば、その人口は 531 人なので、その半分は 265 人。この人数は 57 歳の人口と 58 歳の人口の間になる。すなわち【30 歳の人は 27 年ないし 28 年生きる】と言える。

これも確率あるいは賭けの、ある意味最も単純な例の一つですね。イーブンになる賭け、すなわちオッズが１対１になる賭けというのは、双方が同額の賭け金になる賭けですからわかりやすいですね。

４番目の使用法。以上述べたことから、生命に関する保険の値段は年齢ごとに調整されなければならず、20 歳の人の保険料と 50 歳の人の保険料の違いをはっきりさせることが必要だ。

たとえば 20 歳の人の場合、１年以内に死なないオッズは 100 対１だけれど、50 歳の人の場合は 38 対１のオッズになる。

原文ではこのようになっていますが、５０歳の場合のオッズは 30 対１になります。３８対１になるのは４６歳の時です。多分３０を３８と誤植したんでしょうね。

ここで、生命保険の保険料は年齢別の死亡率を使って計算するべきだ、ということが明確に述べられていて、その為にこのハレーの生命表が生命保険の年齢別保険料計算の言いだしっぺだ、という栄誉をうけることになるわけです。

５番目の利用法。これから生命年金の評価もできる。というのも、生命年金の購入者は、彼が生きてて受取る可能性のあるの年金の価値に見合った価格を払うのだから。これは毎年の年金についてそれぞれ計算し、その年々の価格の合計が生命年金の価値となる。ある一定の年数後に支払われる額の、一定の金利による現在価値は、既に計算されて表になっているものから得ることもできるし、対数表を使って計算することもできる。

というのも、１足す年利率の対数の補数（すなわち年利６％として、1.06 の対数を 10 から引いて 9.974694）に年数をかけたものにより、その年数後に１ポンド払う場合の現在価値がわかる。

ここの所、式でなく言葉で書いてあるとわかりにくいですね。たとえば利率を６％として、$1+0.06=1.06$ の対数（常用対数）を 10 から引いて 9.974694、年数を 10 年としてそれを 10 倍し、それを 100 から引くと（もっと正確には、それを適当な数から引いてその少数部分だけ取り出すと）0.25306 になり、その逆対数を取ると $1.7908=(1.06)^{10}$ となる、というわけです。

すなわち $(1+i)^{-n}$ を計算するのに

$$\log\left\{(1+i)^{-n}\right\}=-n\cdot\log(1+i)=n\cdot\left(-\log(1+i)\right)$$

$$10^{n\cdot\left(10-\log(1+i)\right)}=10^{n\cdot 10}\cdot 10^{-n\cdot\log(1+i)}=10^{n\cdot 10}\cdot\left(1+i\right)^{-n}$$

として計算するやり方で、既に対数表を使った様々な計算の方法が十分開発されていることがわかります。私よりもう少し若い人では対数表を見たこともない人も多いかと思いますが、コンピュータや電卓ができる前は対数表（あるいはその簡略版の計算尺）を使って計算するのがごく当たり前で、理工系の人間にとっては必須の技能でした。

それにしても、この段階で現在価値（present value）という言葉がもう既に使われているというのは驚きですね。

> そこで前述のように、ある一定の年数後に生きている人の数と死亡している数の比は、生きているか死んでいるかのオッズ（確率）となる。
>
> その結果生きている人の数と死んだ人の数の合計は、その期間の最初に生きていた人の数と同じになるので、その数とその年数後に生きている人の数（これらはどちらも表に出ている）の比は、その年数後に支払われる年金１回分の現価と、その時に生きている時だけ受取れるはずの年金１回分の現価との比と等しくなる。この議論を各年について行ない、生きていれば受取れるはずの年金の現価を合計すれば、それが（生命）年金の価値となる。

仮に $D_x=L_x-L_{x+1}$ とし、$D_{x,t}=L_x-L_{x+t}$ と書くとすると、上の議論は

x 歳の人が n 年後に生きている確率は $L_{x+n}/L_x=L_{x+n}\big/\left(L_{x+n}+D_{x,n}\right)$ となり、オッズは L_{x+n} 対 $D_{x,n}$ だ、ということです。

これを使って

n 年後の１年分の確定年金の現価　対　n 年後の１年分の生命年金の現価

＝$\left(L_{x+n}+D_{x,n}=L_x\right)$　対　L_{x+n}

これから、

n 年後の１年分の生命年金の現価＝$\dfrac{L_{x+n}}{L_x}$ ・ n 年後の１年分の確定年金の現価

$$=\frac{L_{x+n}}{L_x}\cdot\left(1+i\right)^{-n}$$

これを足し合わせて、

$$\left(\textbf{生命年金の現価}\right)=\sum_n\left(n\textbf{年後の1年分の生命年金の現価}\right)=\sum_n\frac{L_{x+n}}{L_x}\cdot\left(1+i\right)^{-n}$$

として、生命年金の現価あるいは生命年金の保険料を計算しようということになります。

このハレーの生命表が、生命保険の保険料や年金の計算をした最初、という話なのですが、それはあくまで実際の死亡データに基づく生命表を使って、という条件付きの最初です。このハレーの論文の少し前にオランダのヨハン・デ・ヴィットという人がハレーとは逆に死亡数だけの生命表を作り、それを使って年金の計算をしています。これが死亡率に基づく年金の価値の計算、即ち保険数理の計算の第１号だ、ということで、このヨハン・デ・ヴィットは史上最初のアクチュアリー、という名誉をもらっています。

このヨハン・デ・ヴィットという人は、その当時オランダの総理大臣のような立場にあった人で、国の借金のために年金を売り出そうとして、この計算をし、その論文は国会に提出されたんですが、この人は国民の暴動で縛り首にあって殺されてしまい、論文はそのまま国会

の書庫に眠っていて長いこと一般の目には触れなかった、という話です。アクチュアリーというのは現実にはあまり劇的な人生ではないので、その分、自分の信じるところに従って国民のために努力して国民によって殺されてしまったこの人に憧れるアクチュアリーも実は少なくなかったりします。この人の生命表は必ずしも具体的な死亡データに基づいているという根拠がないのでその分ハレーの生命表の方が有名です。

年金の計算も、死亡数だけで計算するんですからハレーの計算とはまるで別のアプローチですが、ちゃんとした計算です。この論文も（もちろんオランダ語ですが、英訳もありますので）いつかできれば紹介したいと思います。

これは疑いもなくとてつもなく大変な計算だが、これはこの研究の最も重要な使い途の１つなので、そしてこの計算のうまい方法もみつかったので、私が苦労してその計算をし、次の表の結果を得た。これは膨大な計算の簡単な結果である。

この表は 70 歳まで５歳ごとの各年齢の年金の価格を示している。

Age.	Years Purchase.	Age.	Years Purchase.	Age.	Years Purchase.
1	10,28	25	12,27	50	9,21
5	13,40	30	11,72	55	8,51
10	13,44	35	11,12	60	7,60
15	13,33	40	10,57	65	6,54
20	12,78	45	9,91	70	5,32

この表の示すところは、年金率が 14%、あるいは購入価格が７年ものの、現在発行されている国王の年金を購入するのは、非常に有利な投資だということだ。

この当時、国の財政のための資金調達として、国債だけでなく年金を発行することが一般に行なわれていました。国債というのは借りる時は良いのですが、そしてその後も利払いだけしてる分には何とかなるんですが、いよいよ満期償還ということになった時に資金不足で償還できず、その償還資金を賄うためにまた国債を発行するという具合で、次第に雪だるま式に債務（借金）が膨らんでしまいます。

そこで頭の良い人が、国債の代わりに終身年金を発行しようと考えました。終身年金であれば、利払いの代わりに年金の支払をしなければならないのですが、買った人が死んでしまえばもうそれ以上支払う必要もないし、元本の償還もしなくて済む。そう考えて、国が公募して一時払の終身年金を売り出しました。

買手にとっては元本が返って来ないのは損ですから、その分年金を増やすことにして、国債の場合の利息の倍を年金額とするのが一般的でした。すなわち国債の利率が６%だとすると、年金の場合は一時払い保険料の 12%が年金額だということにしたわけです。

この 12%の逆数（１を 12%で割った 8.33）は、終身年金を買うのに必要な額は年金額の何年分になるかという値ですから、その値を使って「12%の終身年金」という代りに「8.33 年購入の年金」という言い方が一般的でした。上の表の Years Purchase というのは、その『年購入』ということで、たとえば年齢１の所の年金の価格は 10.28 年購入、すなわち年金の現価は年金額の 10.28 倍だということを示しています。

国債の利率が７%だと年金は 14%になりますので、これは７年購入の年金ということになります。もちろんこの計算は国債の利子率を２倍するだけですから、終身年金を買った人の

性別や年齢なんかには全く関係しません。

７年購入の年金を買って（すなわち年金額の７倍の値段で年金を買って）、それで平均して 13 年分の年金が受取れるということだったら、６年分丸儲けということになります。これがここの所でハレーが強調していることです。

若い人の場合、通常の利率では終身年金の価値は 13 年購入より価値が高い。表は年齢別にどれだけ有利かを表している。10 歳の人の場合は、13.5 年購入の価値であり、36 歳の人の場合は 11 年購入の価値だ。

要するに年金額の 13 倍あるいは 11 倍の保険料を払ってもトントンなのに、それが７倍で買えるんだからトンデモナクお得ということです。

５番目の使い方（これは６番目を５番目、と間違ったということです。次の使い方は正しく７番目になっています。）

以下、連生の二人の生命年金の計算、三人の連生の生命年金の計算方法を解説しています。まず文章で説明し、記号で説明し、図で説明し、例で説明し、と至れり尽くせりです。今では基本的に専用の記号とそれを使った式で説明しますのでごく簡単な話なのですが、そのようなもののない時に計算方法を説明するのがこれほど大変なのか、ということがよくわかる説明です。

そのような意味で興味はあるのですが、そこで説明されている内容自体はそれほど大したものではないので、ここから４ページほど飛ばしてしまっても何の問題もありません。

さすがに全て文章で説明するのは大変なので、説明する文章もかなり大まかになっています。それをできるだけそのまま訳してみます。

二人の人の年金も同じように計算することができる。表にある、それぞれの一人の人の生存者についての場合の数は、掛け合わすことによって二人の人の生存者についての場合の数を示すことになる。そして一定の年数の後、生き残っている人の数の積を取れば、それは両方の人が生き残っている場合の数を示す。

生存数の差の積を取れば、それはすなわち両方の年齢で、その一定の年数内に死亡する数の積ということになるが、それは両方の人が死亡する場合の数になる。

そして２つの、一方が生き残っている数ともう一方が死亡する数をかけたものは、一方が生き残ってもう一方が死亡する場合の数を示す。これから、一方が他方より長生きする場合の価値を計算する方法が得られる。

２つの年齢について、表からその年数の人口を取ってその積を計算したものと、その積とその期間中に死亡する数の積との差の比は、その一定の期間の後に支払われる金額と、そのうち死亡した場合の金額との比に等しい。

そして上述の２つの年齢の人口の積と、一方の年齢の死亡数と他方の年齢の生存数の積の比は、一定の期間の後に支払われる金額と、そのうち一方の年齢の人が生存していて他方が死亡する場合の金額との比に等しい。

ここで確率を計算するのは、場合の数（number of chances）という言葉が使われています。場合の数を数えて確率を計算するというのは一番初歩的な議論ですから、懐かしいですね。

しかしそれにしても文章だけで説明しようとすると訳が分らなくなります。

これは記号を使って書いた方が理解しやすいかも知れない。N を若い方の年齢の人口とし、ｎを年齢の高い方の人口とする。Y、ｙはそれぞれの死亡数とし、R、ｒは生き残る人数とする。

するとR+Y=N、r+ｙ＝ｎ　となる。N・ｎは全体の場合の数を示し、N・n—Y・ｙは一方が生き残っている場合の数を示す。Y・ｙは両方が死亡する数を示し、R・ｙは年齢の高い方が死亡し、年齢の若い方が生き残る場合の数を示す。ｒ・Y は年齢の高い方が生き残って若い方が死亡する場合の数を示す。

上で言葉で言ったことを記号で言い直したものです。ちょっとだけわかりやすくなったでしょうか。大文字と小文字で書き分ける所、今だったら下の添字を使ってN_0, N_1とかする所ですね。こういうのも実は貴重なノウハウなんですね。三次元になるともう大文字・小文字では足りなくなってしまうので、以下では省略していますが、ギリシャ文字を使ってN, n, ν(ニュー)とか、R, r, ρ(ロー)とかやっています。

次は数値例での説明です。

18 歳と 35 歳の人の場合で、８年後の場合の数を求めるとする。18 歳と 35 歳の人口は 610 および 490 で、18 歳から８年間に死亡するのは 50 人、35 歳から８年間に死亡するのは 73 人となっている。

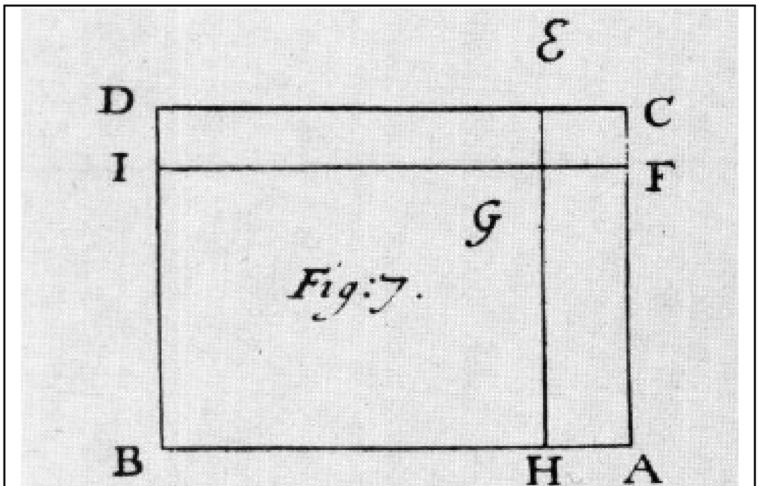
全体で 610×490＝298,900 の場合の数があり、そのうち両方とも死亡する場合の数は、50×73＝3,650 となる。

そして 298,900 と 298,900－3,650＝295,250 の比は、８年後に支払う金の価値と、８年度に（少なくとも）どちらか一方が生存していた時に支払う金の価値との比と等しい。

そして 560×73 は、年長の方が死亡して若い方が生き残ること。417×50 は若い方が死んで、年長の方が生き残ること。結果として 610×490 と 560×73 の比は、８年後に支払われる金額の現価と、若い方が生き残るときに支払われる金額の現価との比に等しく、610×490 と 417×50 の比は、同じ現価と、年長の人が生き残る時に支払われる金額の現価との比に等しい。

さらにこれを図を使って説明します。

図７



これは多分これらの積を長方形の面積で説明した方がさらに理解しやすいかも知れない。図７で、AB あるいは CD は若い方の人口。DE、BH はその一定年数後に生存している人口。CE はその間の死亡数を示す。同様に AC、BD は年長の方の人口。AF、BI はその一定年数後に生存している人口。CF、DI はその間の死亡数とする。

そうすると四角形 ABCD はＮ・n、すなわち二つの年齢の人口の積を表す。そして前に述べたことにより、四角形 HD は一定年数後に若い方の生き残っている人数を示し、四角形 AE は死亡した人の数を示す（四角形 HD というのは HBDE のことです。対角線でそれを対角線とする四角形を示す簡略法です。以下四角形 AE なども同様です）。

同様に四角形 AI、FD はそれぞれもう一方の年齢の方の生き残っている人数、死亡した人数を示す。

そのため四角形 HI は両方の年齢で生き残っている人数を表す。

四角形 FE あるいはＹ・y は、両方の年齢で死亡した人数を表す。

四角形 GD あるいは R・y は、若い方が生き残っていて年長の方が死亡した数。四角形 AG あるいはｒ・Ｙは、年長の方が生き残っていて若い方が死亡した数を示す。

以上がわかった上で、以下のことは明らかだ。すなわち四角形 AD あるいはＮ・ｎと多角形 FABDEG あるいはＮ・ｎーＹ・ｙとの比は、全体の人数とそのうち若い方あるいは年長のどちらかが生き残っている人数との比と同じになる。

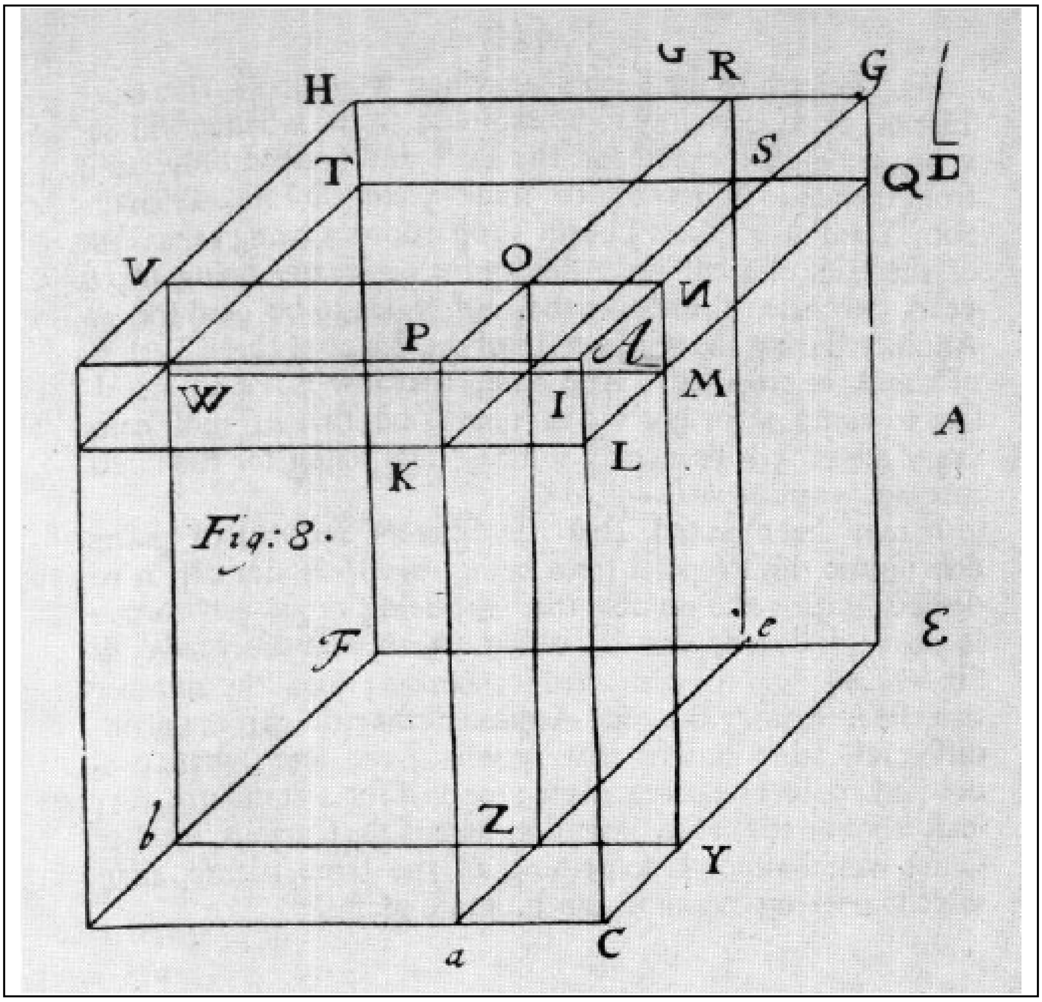
AD あるいはＮ・ｎと FE あるいはＹ・ｙとの比は、全体の人数と両方が死亡している人数との比と同じになる。これにより、両方が死亡した時にいくら払えば良いか計算できる。

そして AD と GD あるいはＲ・ｙとの比は、全体の数と若い人が生き残って年長の方が死亡する数の比と同じになる。これから、聖職者の未亡人に対して支払われるそのような Reversion（復帰年金）と同様に、一方が死んで一方が生きている時にどれだけ払えば良いかがわかる。そして AD と AG あるいはｒ・Ｙとの比は、全体の数と年長の方が生き残って若い方が死亡する数との比と同じになる。

ここまでくどくどしく説明したのは、これが、それほど簡単でない三人の生死に関するケースを理解するキーとなるからだ。

７番目の使い方　三人の人の生死に関する年金の価値の計算

以下、二人の連生の年金の計算の延長で、三人の連生の年金の計算について説明があります。二人の連生の場合でも大変だったのが、三人の連生になるとなおさら大変です。二人の場合の面積の計算は、三人の場合は体積の計算になります。これを細かく訳してみてもあまり意味がないので、ここではその体積を使った説明で使用している図だけ参考に載せておきます。



二次元の図ではＡからＩまでのアルファベットを使っていたのでまだ見つけやすいのですが、この三次元の図では点の記号も、またどの記号がどの点についているのかもすぐにはわからないので、原文を追いかけるのも大変です。もちろん、原文をきちんと読んでいけばどの記号がどの点についているのかはすぐわかるんですが。

・・・そして第三の項は１年後、２年後・・・に支払われる金額の現価を与えられた利率で計算したものだ。これらの現価率は年金の計算ではあらゆる場合に使われるので、以下の表に、１ポンドを一定の年数後に支払う場合の現価を、利率が 6%の場合について表にしておく。

Years.	Preſent value of 1 *l.*	Years.	Preſent value of 1 *l.*	Years.	Preſent value of 1 *l.*
1	0,9434	19	0,3305	37	0,1158
2	0,8900	20	0,3118	38	0,1092
3	0,8396	21	0,2941	39	0,1031
4	0,7921	22	0,2775	40	0,0972
5	0,7473	23	0,2618	45	0,0726
6	0,7050	24	0,2470	50	0,0543
7	0,6650	25	0,2330	55	0,0406
8	0,6274	26	0,2198	60	0,0303
9	0,5919	27	0,2074	65	0,0227
10	0,5584	28	0,1956	70	0,0169
11	0,5268	29	0,1845	75	0,0126
12	0,4970	30	0,1741	80	0,0094
13	0,4688	31	0,1643	85	0,0071
14	0,4423	32	0,1550	90	0,0053
15	0,4173	33	0,1462	95	0,0039
16	0,3936	34	0,1379	100	0,0029
17	0,3714	35	0,1301		
18	0,3503	36	0,1227		

これは複利の現価率、即ち$(1+i)^{-n}$の表です。

この前の表でもそうでしたが、小数点は（,）で書いてあります。今日本では小数点は（.）、3 桁ごとの区切りは（,）を使いますが、これは日本やアメリカ・イギリス流で、大陸ヨーロッパの諸国では少数点は（,）、三桁ごとの区切りは（.）を使っており、国際標準もこの大陸ヨーロッパ流になっています。イギリスでもこの当時は（,）少数点だったんでしょうか。

I. Some further Considerations on the Breslaw Bills of Mortality. By the same Hand, &c.

I. Some further Considerations on the Breslaw
Bills of Mortality.　By the same Hand, &c.

ブレスラウ死亡報告書に関するさらなる考察　　同じ筆者による

私が以前提出したこの死亡報告書に関する私の前の検討は、主に生命年金の価値の計算に充てられている。そこでは私は正確さに関し、私に与えられた短い観測期間が許す限りのことをした。

しかし同時にブレスラウの Dr. Newman が、さらにこれからもこれまでと同じように観測を続けてくれるよう切望する。それにより表に見られる偶然の不規則制や不整合が解消され、修正されると思われる。

前の論文には続きがあります。まず元データについて、今後も観測を続けてもらいたい、と言っています。

この計算が長年の観察期間にもとづく経験データにもとづいて行なわれたのであれば、二人・三人あるいはもっと多人数に関する年金の価値の計算方法を簡単なものにすることを考察するのも有意義なことだ。その計算は私の前の論文で示されているが、普通の計算家にとっては非常に困難なものだ。私はその時の法則よりもっと簡単に計算するための定理をみつけようとしたが、うまく行かなかった。

計算を簡単にする方法は、Ｎと２年後・３年後・・・のＹの比の対数を表にしておくことだ。

それと、何年後に支払うお金の現価の対数を足すといくつもの数列が得られ、それを足すと年金の価値となる。そのために単生の場合は２つの対数、二人の連生の場合には３つの対数。三人の連生の場合には４つの対数の和をとらなければならない。もしあなた方がそれを（それについて私が述べたような不確実さにもかかわらず）それだけの価値があると考えるのであれば、私はすぐにでもそのような対数の表を用意し、その使い方の例を二つほど示すことにする。

しかし一般的な計算では、これらの数を計算するのは大変な作業だ。このような計算を迅速に行なえるような対数を発明することほど、計算好きにとって推奨すべきことはない。

次に年金の計算についてもっと簡単なやり方がないかと思ったけれど、いい方法はみつからないと言っています。

対数表が発明され、いろいろな計算が簡単にできるようになったことを受け、他の計算でも対数表のように簡単に計算できる仕組がないかと皆が考えていたということでしょうね。

私が前の論文に書いたことの他に、生命表の使い途について次のことも言えるかも知れない。すなわち我々が人生の短かさを嘆き、老年まで達しないと何か不当に扱われたかのように思うのは正当でない。というのも、生まれた人の半数はその後の 17 年間に死亡するが（すなわち出生数 1,238 は 17 年間で 616 に減ってしまうが）、それでいわゆる時ならぬ死についてぶつぶつ言うのではなく、我々は忍耐と気にしない態度で死に対するべきだ。というのも我々はいずれ滅びる、はかなく弱い存在でしかないのだから。そしてもし人類の半分が到達できない年齢を遥かに超えて長生きしたとしたら、それは神の恩恵と思うべきだ。

ここでは「人生は短い」なんて嘆いているのは間違いだ、出生人口の半分は 17 歳までに死んでしまうんだから、こんなことを言う人はそれよりはるかに長生きしているんだから有難く思うべきだ、と言っています。

もうひとつこの生命表について言えることは、人類の発展と増加とはその種の性質の何にも増して、結婚の困難（すなわち結婚すると家族を養っていかなければならないという見通しのために、人々があえて結婚しようとしないこと）により制限されているということだ。

ここで貧しい人達が責められるべきではない。というのも、彼らが生き永らえるのが困難なのは財産の分配が不平等だからであって、地球は全ての人が生存できるだけの糧を与えてくれるにもかかわらず、それはごく少数の人のものとなっているのだから。

そのため彼らは彼らとその家族のためだけでなく、地主のためにも働かなければならないことになり、そのような人達が人類の大部分を占めているからだ。もしこのような状況がなければ、出生数は今の４倍になるだろう。

というのも、表から、16 歳から 45 歳までの間に 15,000 人が生存していることがわかる。そのうち少なくとも 7,000 人は子供を産める女性だろう。それにもかかわらず出生数は年に 1,238 人でしかない。これは前の数の６分の１強でしかない。

すなわち６分の１の女性しか子供を産んでいないのだ。

もしそれらの女性が皆結婚しているとすれば、６人のうち４人は毎年子供を産むと考えて不思議でない。

このことから導かれる政治的な結論は（言い張るわけではないが）、王の強さと栄光により私はヒントを与えるだけだが、独身（あるいは禁欲）は、追加的な税を課したり軍役等によりやめさせるべきであると考える。

そして子供が大勢いる家庭の持ち主には、ローマの Jus trium Liberorum（３人の子持ちの権利）のような支援を与えるべきである。

しかし特に効果的に貧乏人の生計が立つように、彼らに雇用を見つけてやり、自分で稼ぐことによって公衆の世話にならなくても良いようにすべきだ。

最後に、人口から出産可能な女性人口を計算し、それと出生数を比較して出生数が少な過ぎると言っています。社会を豊かにするために出生数を増やすことが必要で、そのためには独身にはペナルティを課し、また安心して子供が産めるように貧乏人に対し経済的支援および雇用促進の必要を主張しています。

人口が増えすぎると食料が足りなくなってしまって大変だ、というマルサスの人口論は 1798 年ですから、この論文が書かれてから 100 年後に出ています。